الدوال

$2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$ ∴ جذرية كسرية

و $x-5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$

اختار الإجابة الصحيحة :

أي مما يأتي يمثل مجال الدالة : $h(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$

A) $x \neq 5$ B) $x \geq \frac{3}{2}$ C) $x \neq 5$, $x \geq \frac{3}{2}$ D) $x \neq \frac{3}{2}$

جذر بالمقام :-

أي مما يأتي يمثل مجال الدالة : $F(x) = \frac{5a}{\sqrt{4a-1}}$

$4a-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$

A) $x \neq \frac{1}{4}$ B) $x \geq \frac{1}{4}$ C) $x \neq 0$, $x \geq \frac{1}{4}$ D) $x > \frac{1}{4}$

كسرية (المقام لا يساوي صفر)

أكمل الفراغات :

$x^2+5x+4 \neq 0$

$(x+4)(x+1) \neq 0$

$x \neq -4$, $x \neq -1$

مجال الدالة $f(x) = \frac{8x+12}{x^2+5x+4}$ يساوي جميع الاعداد الحقيقية ما عدا $x=-4$, $x=-1$

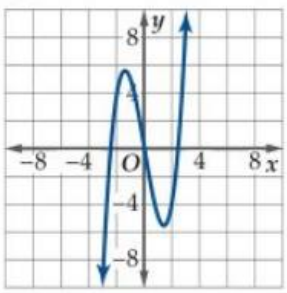
أكتب المجموعة $X > 9$ أو $X < -2$ باستعمال رمز الفترة :

$(-\infty, -2) \cup (9, \infty)$

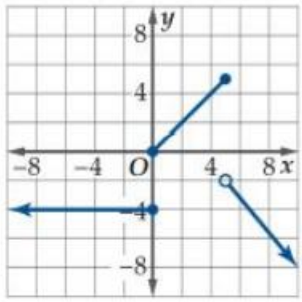
حدد ماإذا كانت Y تمثل دالة في X أم لا ؟ مع ذكر السبب؟

x	y
−6	−7
2	3
5	8
5	9
9	22

ليست داله لان العنصر 5 في المجال له صورتين مختلفتين في المدى



بأستخدام اختبار الخط الرأسي ⇐ تمثل دالة



بأستخدام اختبار الخط الرأسي نجد أن الخط الرأسي يقطع المنحنى
بنقطتين عند $x=0$ إذاً لا تمثل دالة ..

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

x	-2	-1	0	1	2	3
y	5	2	1	2	5	10

اختار الإجابة الصحيحة :

مامدى الدالة $f(x) = x^2 + 1$, إذا كان مجالها $-2 < x < 3$ ؟

A) $5 < f(x) < 9$ B) $5 < f(x) < 10$ C) $1 < f(x) < 9$ D) $1 \leq f(x) < 10$ ✓

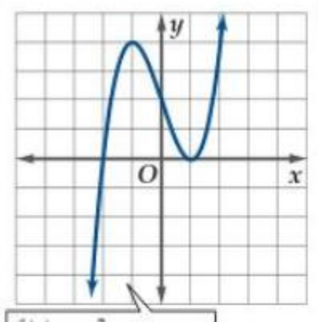
نوع الدالة $h(x) = x^5 - 2x^2 + x$؟

A) فردية   B) زوجية   C) لازوجية ولا فردية ✓   D) زوجية وفردية معاً

نوع الدالة $h(x) = \frac{2}{x^2}$؟

A) فردية   B) زوجية ✓   C) لازوجية ولا فردية   D) زوجية وفردية معاً

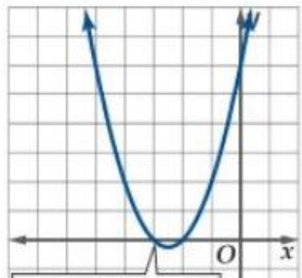
أكمل الفراغات التالية :



$f(x) = x^3 - 3x + 2$

نضع $x = 0$

بأستعمال التمثيل البياني القيمة للمقطع y جبرياً هي ....$y = 2$........



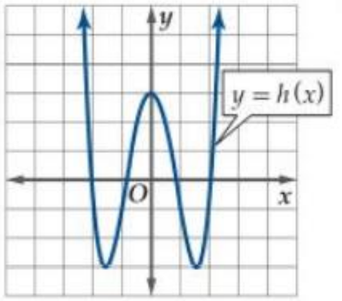
$f(x) = x^2 + 5x + 6$

نضع $y = 0$

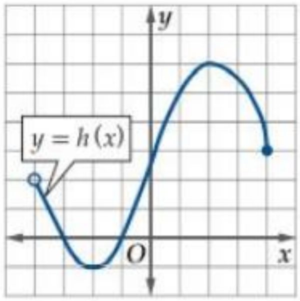
$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x + 2) = 0$

بأستعمال التمثيل البياني أصفار الدالة جبرياً هي ....$x = -3$ و $x = -2$........

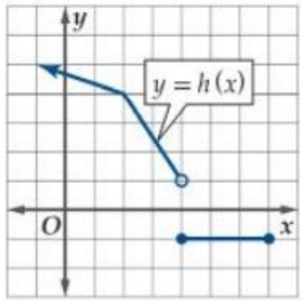
أوجد مجال الدالة ومداها باستعمال التمثيل البياني :



مجالها $\mathbb{R}$ مداها $\{y \mid y \geq -3\}$



مجالها $(-4, 4]$ مداها $[-1, 6]$



مجالها $(-\infty , 7]$ ومداها $(1, \infty) \cup \{-1\}$

الاتصال والنهايات

أنواع عدم الأتصال

لانهائي

خاص بالدوال النسبية:

١- دالة المقلوب.

٢- الدالة النسبية درجة البسط تساوي درجة المقام .

٣- الدالة النسبية درجة البسط أصغر من درجة المقام .

٤-الدالة النسبية درجة البسط أكبر من درجة المقام ولايمكن التخلص من المقام .

قفزي

خاص بالدوال متعددة التعريف التي لاتحقق شروط الاتصال الثلاثة.

قابل للإزالة

خاص بالدوال النسبية التي تكون درجة البسط أكبر من درجة المقام ويمكن التخلص من المقام

اختار الإجابة الصحيحة :

الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2}$ عند $x = 0$ ؟ داله مقلوب

A) متصلة B) عدم اتصال لانهائي C) عدم اتصال قفزي D) عدم اتصال قابل لإزالة

الدالة الصحيحة لإعادة تعريف الدالة $f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$ لتصبح متصلة عند النقطة $x = -3$ هي :

A) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, x \neq -3 \\ 3, x = -3 \end{cases}$ B) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, x \neq -3 \\ 6, x = -3 \end{cases}$ C) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, x \neq -3 \\ -3, x = -3 \end{cases}$ D) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x+3}, x \neq -3 \\ -6, x = -3 \end{cases}$

في أي الفترات الآتية يقع صفر الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$ ؟ $= 0$

A) [6 , 7] B) [7 , 8] C) [8 , 9] D) [9 , 10]

$\sqrt{x^2-6} = 6 \Rightarrow x^2 - 6 = 36 \Rightarrow x^2 = 42 \Rightarrow x = \sqrt{42} \longrightarrow$ بين $\sqrt{36}$ و $\sqrt{49}$

حدد ماإذا كانت الدالة متصله أم لا عند x=0 وبرري إجابتك :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

① $f(0) = 0$

② $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} =$ موجبة

③ $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} =$ سالبة

النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

∴ غير متصلة

حدد ماإذا كانت الدالة $h(x) = \frac{x^2-36}{x+6}$ متصله أم لا عند $x = -6$ واذا كانت غير متصلة حددي نوع عدم الاتصال وبرري إجابتك :

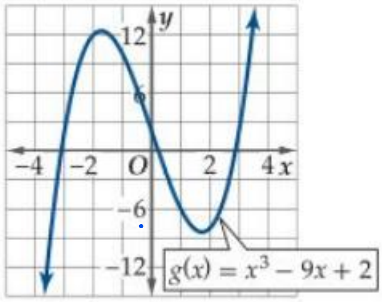
نلاحظ أن الدالة كسرية وعند التعويض المباشر يعطينا في كمية غير معرفه

∴ الدالة غير موجودة ..

ولكن يمكن التخلص من المقام بتحليل البسط ..

∴ غير متصلة / ونوع عدم الاتصال قابل للازالة

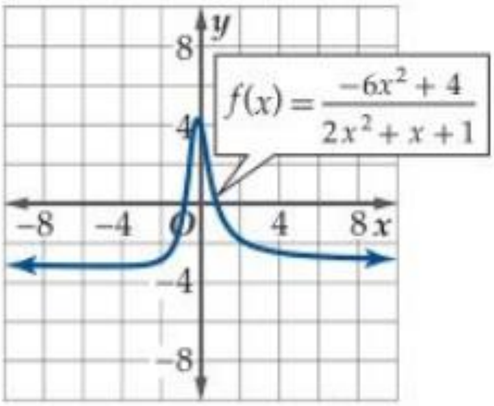
صف سلوك طرفي التمثيل البياني :

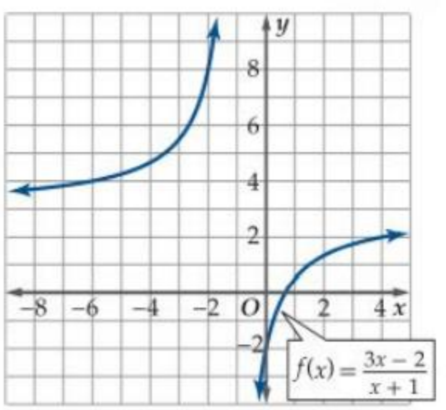


$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} x^3 = \infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

صفي سلوك طرفي التمثيل البياني :





$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{-6x^2}{2x^2} = -3$$

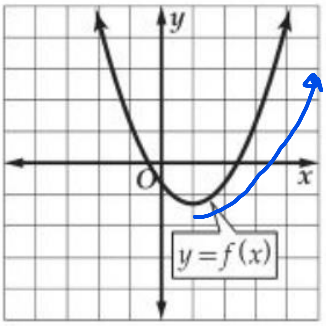
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{-6x^2}{2x^2} = -3$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = 3$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

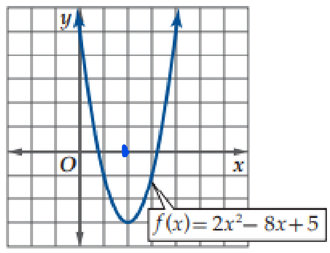
أختار الإجابة الصحيحة :



مالفترة التي تتزايد فيها الدالة الممثلة في الشكل :

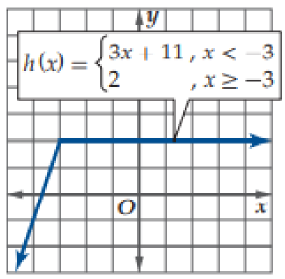
$(0 , \infty)$ (A $\quad$ $(-\infty , 1)$ (B $\quad$ $(-1 , \infty)$ (C $\quad$ $(1 , \infty)$ (D

باستعمال التمثيل البياني للدالة لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة .



$(-\infty , 2)$ متناقصه

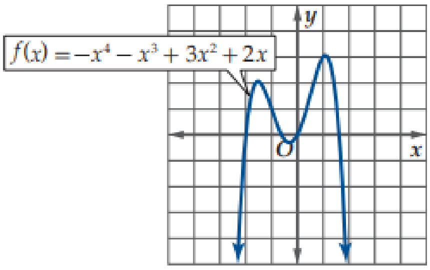
$(2 , \infty)$ متزايدة



$(-\infty , -3)$ متزايدة

$(-3 , \infty)$ ثابته

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة f(x) عندها قيم قصوى وأوجد قيم الدالة عندها وبين نوع القيم ؟

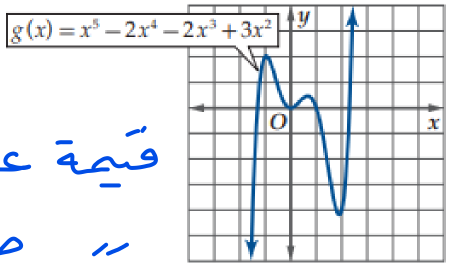


قيمة عظمى محلية عند $x=-1.5$ وقيمتها 2

" " مطلقة عند $x=1$ " 3

" صغرى محلية عند $x=-0.5$ " -0.3

بعد التعويض بالدالة



قيمة عظمى محلية عند $x=-1$ ومقدارها 2

" صغرى محلية عند $x=0$ " 0

" " محلية عند $x=0.5$ " 0.5

" " عند $x=2$ " -4

أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^3 -2x^2 -3x +2$ في الفترة [2 , 3] ؟

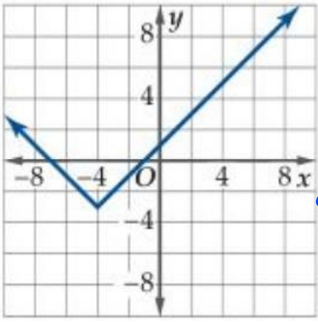
$x_1 \quad x_2$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{[3^3 - 2(3^2) - 3(3) + 2] - [2^3 - 2(2)^2 - 3(2) + 2]}{3-2}$$

$$= 6$$

الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية

اختار الإجابة الصحيحة :



حرف V ⟸ داله قيمه مطلقه

ازاحه إلى اليسار ٤ وحدات

(عكس الاشاره)

ازاحه إلى اسفل بثلاث وحدات

أي الدوال الآتية يمثلها التمثيل البياني المجاور :

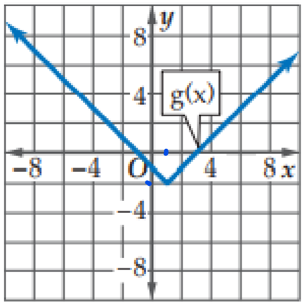
f(x) = |x - 4| - 3 (A

f(x) = |x+ 4| +3 (B

f(x) = |x+ 4| - 3 (C

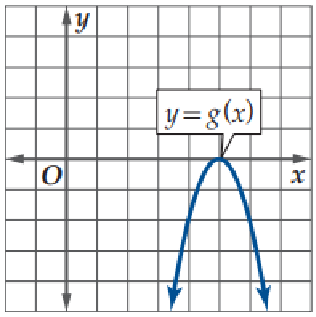
f(x) = |x – 4| + 3 (C

صف العلاقة بين منحنيي f(x) = lxl و g(x) ثم أكتبي معادلة الدالة g(x) ؟



ازاحه إلى اليمين بمقدار وحده واحدة وإلى اسفل بمقدار وحدتين

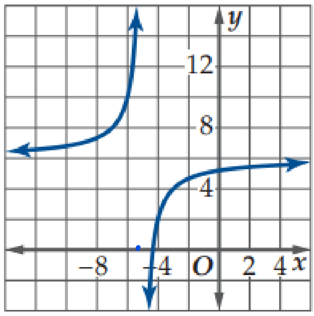
$g(x) = |x - 1| - 2$



انعكاس وازاحه إلى اليمين بمقدار 5 وحدات

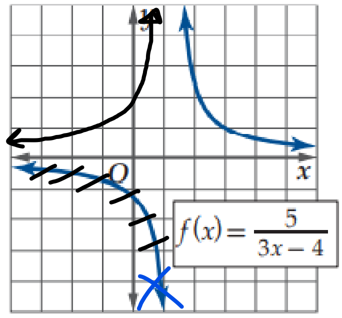
$g(x) = -(x - 5)^2$

اكتب دالة تمثل المنحنى المرسوم ؟



$f(x) = -\frac{1}{x+5} + 6$

استعمل منحنى الدالة f(x) لتمثيل الدالة $g(x) = |f(X)|$ ؟



يحذف ما تحت محور الـ x ويرسم أعلى محور الـ x

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

$f[g(2)] = f[\ 8\ ] = \sqrt{8+1} = 3$

أختار الإجابة الصحيحة :

إذا كانت $g(x) = 4x$, $f(x) = \sqrt{x+1}$ فما قيمة $(f \circ g)(2)$ ؟

A) $\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 3 D) 8

$[f \circ g](x) = f[x^2-1] = \sqrt{x^2-1+1} = x \rightarrow$ R كلها

أكمل الفراغات :

مجال الدالة $[f \circ g](x)$ إذا كان $g(x) = x^2 - 1$, $f(x) = \sqrt{x+1}$ يساوي ....R............

R كلها — التقاطع

الدالتين f , g إذا كان $h(x) = \frac{1}{x+7}$ بحيث أن $h(x) = [f \circ g](x)$ وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ هي ......$g(x) = x+7$...... و ......$f(x) = \frac{1}{x}$......

أوجد $[f \circ g](3)$, $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$ إذا كان $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 5 - x^2$ ؟

* $[f \circ g](x) = f[g(x)] = f[5-x^2] = 3(5-x^2)+1 = 16-3x^2$
* $[g \circ f](x) = g[f(x)] = g[3x+1] = 5-(3x+1)^2$
$= 5-(9x^2+6x+1) = -9x^2-6x+4$
* $[f \circ g](3) = f[g(3)] = f(-4) = -11$

أوجد الدالتين f , g إذا كان $h(x) = x^2 - 2x + 1$ بحيث أن $h(x) = [f \circ g](x)$ وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ ؟

$h(x) = (x-1)(x-1) = (x-1)^2$

$g(x) = x-1$

$f(x) = x^2$

① نضع $f(x) = y$

② نبدل بين x, y

③ نضع y بطرف

$y = \frac{3x-5}{2}$

$x = \frac{3y-5}{2}$

$3y - 5 = 2x \Rightarrow y = \frac{2x+5}{3}$

العلاقات والدوال العكسية

اختار الإجابة الصحيحة :

أي الدوال الآتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{3x-5}{2}$ ؟

A) $g(x) = \frac{2x+5}{3}$ ✓ B) $g(x) = \frac{3x+5}{2}$ C) $g(x) = 2x + 5$ D) $g(x) = \frac{2x-5}{3}$

بين ماإذا كان للدالة f دالة عكسية أم لا , أوجدها في حالة وجودها وحددي أية قيود على مجالها ؟

$f(x) = (x-2)^3$ ← مداها R

$y = (x-2)^3$

$x = (y-2)^3$

$y - 2 = \sqrt[3]{x}$

$y = \sqrt[3]{x} - 2$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 2$ ← مجالها R

نلاحظ أن مدى الدالة هو نفسه مجال الدالة لعكسيه ∴ المجال هو R ولا يوجد قيود

$f(x) = \frac{x-3}{x-8}$ ← مداها R ماعدا $y = 1$

$y = \frac{x-3}{x-8}$

$x = \frac{y-3}{y-8}$

$y - 3 = xy - 8x$

$y - xy = 8x + 3$

$y(1-x) = 8x + 3$

$y = \frac{8x+3}{1-x}$

$f^{-1}(x) = \frac{8x+3}{1-x}$ ← مجالها R ماعدا $\{1\}$

∴ نلاحظ أن مدى الدالة هو نفسه مجال الدالة لعكسيه (لايوجد قيود) ∴ المجال هو R ماعدا $\{1\}$

$f(x) = \sqrt{4-x}$ ← مداها هو $y \geq 0$

$y = \sqrt{4-x}$

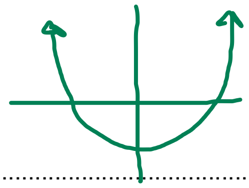
$x = \sqrt{4-y}$

$x^2 = 4 - y$

$y = 4 - x^2$

$f^{-1}(x) = 4 - x^2$ ← مجالها هو R

نلاحظ أن مجال الدالة لعكسيه لايساوي مدى الدالة $f(x)$ إذا يوجد قيود مجال الدالة لعكسيه هو $\{x \mid x \geq 0\}$



باستخدام اختبار الخط الافقي

f(x) = x^2 – 16

الداله العكسية غير موجودة

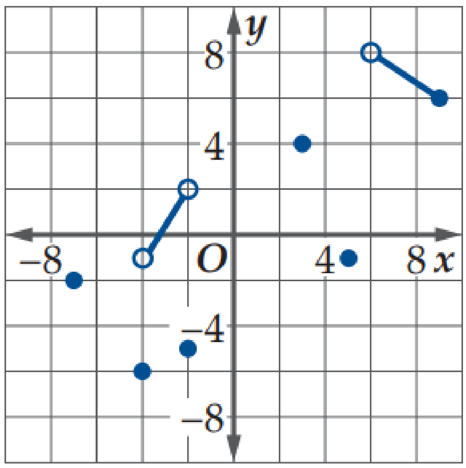
إذا كان $f(x) = 18 - 3x$, $g(x)= 6 - \frac{x}{3}$ أثبت أن f , g كلاً منهما دالة عكسية للآخرى؟

$[f\circ g](x) = f[g(x)] = f[6 - \frac{x}{3}] = 18 - 3(6 - \frac{x}{3}) = 18 - 18 + x = x$

$[g\circ f](x) = g[f(x)] = g[18 - 3x] = 6 - \frac{(18 - 3x)}{3} = 6 - 6 + x = x$

$f\circ g = g\circ f = x$ اذاً كلاً من f و g داله عكسية للاخرى.

حدد ماإذا كانت الدالة العكسية موجودة أم لا وبرر إجابتك ؟



باستخدام اختبار الخط الافقي لايمكن أن يقطع التمثيل بأكثر من نقطة .

∴ لها داله عكسية ..